Experiencia de Laboratorio 1: Tiro oblicuo (Cinemática)

R. M. Abraham Ekeroth*
Equipo de Laboratorio de Física General
(Dated: August 29, 2017)

Aquí se da la guía para realizar la práctica de laboratorio referida al tema de movimiento parabólico (tiro oblicuo). Los objetivos de esta experiencia son: Familiarizar al alumno con equipamiento de laboratorio. Introducir al alumno a las mediciones de laboratorio. Caracterizar el tiro oblicuo mediante las medidas propuestas.

I. INTRODUCCIÓN

En un tiro oblicuo un cuerpo es lanzado con un vector velocidad inicial $\mathbf{v}_0$ y un ángulo de inclinación θ respecto de una horizontal determinada.

En las clases de práctica se han visto cúales son las ecuaciones de movimiento típicas de este movimiento cuando se desprecia el rozamiento del aire, una vez que se elige un sistema de referencia o de coordenadas (x, y) con su origen $(0, 0)$ (ver Figura (1)). Si se suponen conocidas (o predeterminadas) las siguientes magnitudes: $v_0 = |\mathbf{v}_0|$ (módulo de la velocidad inicial), θ, x_0 (posición inicial respecto del eje horizontal de coordenadas) e y_0 (posición inicial respecto del eje vertical de coordenadas, o altura inicial), podemos establecer completamente el movimiento del proyectil o móvil bajo la acción del campo gravitatorio $\mathbf{g}$. Las ecuaciones caracterśticas en función del tiempo como variable se resumen aquí por brevedad.

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t, \tag{1}$$

$$v_x = v_{0x} = cte., \tag{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{3}$$

$$v_y(t) = v_{0y} - gt \tag{4}$$

donde x mide la coordenada horizontal, y mide las alturas o posiciones verticales, $g = |\mathbf{g}|$ es el módulo de la aceleración de la gravedad y $v_{0x} = v_0 cos\theta$, $v_{0y} = v_0 sin\theta$ son las componentes del vector velocidad inicial. Estas componentes se relacionan mediante las relaciones trigonométricas siguientes

$$tg(\theta) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \tag{5}$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \tag{6}$$

Debido a que queremos establecer medidas simples para caracterizar el movimiento del proyectil, se trabajará con una ecuación que relacione directamente el alcance, o máxima posición horizontal alcanzada x_M en función del ángulo de disparo o de inclinación θ, es decir buscaremos caracterizar el movimiento mediante una función $x_M = x_M(\theta)$.

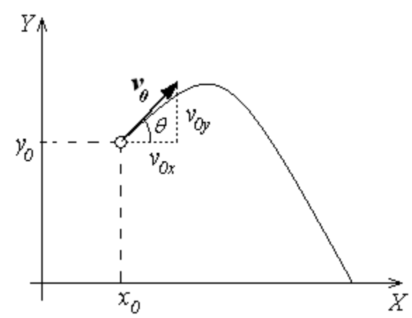

FIG. 1. Esquema de la trayectoria del tiro oblicuo y el sistema de referencia elegido con la situación inicial del movimiento. El vector $\mathbf{g}$ (no mostrado) apunta hacia abajo, lo que justifica el signo negativo en las ecuaciones de movimiento.

Haciendo $y(t) = 0$ en la ecuación Eq. (3), se obtiene un tiempo característico t que se puede insertar en la Eq. (1). Utilizando a su vez las relaciones trigonométricas Eqns. (5)-(6) en esta ecuación, se puede deducir la función buscada:

$$x_M(\theta) = \frac{v_0^2 cos\theta}{g}\left(sen\theta + \sqrt{sen^2\theta + \frac{2y_0 g}{v_0^2}}\right) \tag{7}$$

Esta función nos brinda el alcance obtenido para un determinado ángulo θ. Si quisiéramos establecer el máximo alcance $x_{M,Max}$ que podemos obtener con la altura y la velocidad inicial fijas, deberíamos maximizar la función de Eq. (7) por el procedmiento matemático usual de derivar $x_M(\theta)$ respecto de su variable θ, igualar a cero esta derivada $\frac{dx_M(\theta)}{d\theta}$ y analizar dónde es positiva la derivada segunda $\frac{d^2x_M(\theta)}{d\theta^2}$. Este procedimiento arrojará un valor óptimo θ_{Max} para el ángulo de disparo para obtener $x_{M,Max}$. Esta valor es dado a través de la tangente:

$$tg(\theta_{Max}) = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2y_0 g}} \tag{8}$$

Notar que si tenemos $y_0 = 0$ es decir el movimiento del

* mabraham@exa.unicen.edu.ar

proyectil comienza a la misma altura a la cual impacta, se obtiene el resultado intuitivo $\theta_{Max} = 45$ deg.

II. MATERIALES

- Lanzador PASCO.
- Bola de acero.
- Sensores de movimiento (fotosensores)
- Papel carbnico y papel blanco
- Reglas, calibres, plomada.

III. MEDIDAS DE SEGURIDAD

Respetar las medidas de seguridad del laboratorio. Ser cuidadoso con los equipos utilizados. Ser ordenado con los efectos personales y con el equipo de medición. No colocarse delante del lanzador. Usar gafas protectoras. Sea cuidadoso cuando conecte instrumentos eléctricos. No sobrecargue la línea de tensión. Reduzca o Elimine el uso de teléfonos móviles para enfocarse en la seguridad del laboratorio y en los contenidos de la práctica.

IV. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

- *Set-up o Configuración del lanzador*

1.Colocar el lanzador firmemente sujeto al borde de la mesa de manera que el proyectil caiga en el piso (ver Figura (2)). Accionar el mecanismo de disparo en el primer punto y hacer un tiro de prueba para comprobar donde cae la bola de acero. TENER PRECAUCIÓN: LEER LAS MEDIDAS DE SEGURIDAD.

2.Medir la distancia al suelo desde el punto de disparo (y_0) usando una cinta métrica o una regla y con ayuda de la plomada.

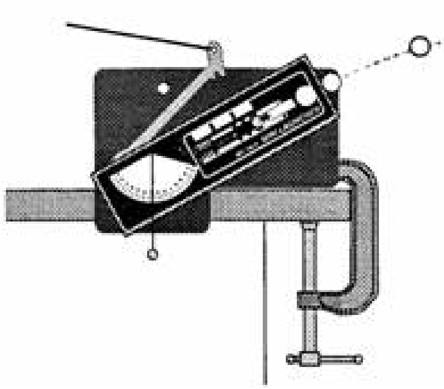

FIG. 2. Set-up del mini lanzador utilizado.

Medición estimada del módulo de la velocidad inicial

3. Colocar dos fotosensores próximos a la boca del lanzador. Estos sensores deberán estar distanciados una distancia d del orden de los 10 cm (corroborar usando un calibre).

4. Conectar los fotosensores al timer. Corroborar su funcionamiento pasando la mano delante y poniendo en marcha el conteo.

5. Disparar la bola con el lanzador. Realizar una gran cantidad de disparos, determinando el tiempo que tarda el proyectil en pasar por los sensores t_s. RECORDAR ANOTAR TODOS LOS VALORES MEDIDOS. Calcular el promedio, la desviación estandar y el error medio cuadrático del promedio. La velocidad inicial se puede estimar asumiendo que durante la distancia d entre los dos sensores la velocidad de paso del proyectil es constante. En tal caso, el módulo de la velocidad inicial se podría calcular como:

$$v_0 \simeq \frac{d}{t_s} \tag{9}$$

Usando el valor de t_s *calculado* en el paso 5 y el valor de d *medido* en el paso 3, calcular el valor de v_0, y realizar la propagación de errores para determinar el error de v_0.

- *Medidas de Alcances*

Para aproximarnos al *modelo* establecido por la Eq. (7), debemos medir valores de alcances x_M en función del ángulo de disparo θ. Entonces,

6. Mida θ usando el transportador adosado al lanzador.

7. Pegue un papel blanco y un papel carbónico en el piso, en el lugar donde caerá la bola.

8. Disparar el lanzador. En cada lanzamiento anotar la distancia horizontal x_M desde el punto de lanzamiento hasta donde cae la bola.

9. Modificar el ángulo de disparo θ y repetir los pasos 6, 7 y 8.

Con los resultados obtenidos del alcance realice un gráfico de puntos de la función $x_M(\theta)$. Utilizando el valor promedio obtenido de v_0 y el valor medido de y_0, grafique la función dada por la Eq. (7). Comparar con el grafico anterior de puntos. Analizar proximidad de los puntos a la curva "modelo" e identifique posible fuentes de error. Determine visualmente a partir de los puntos experimentales cuál sería el valor máximo θ_{Max} de $x_M(\theta)$. Comparar con el valor predicho por la Eq. (8).

Realizar un informe donde se presenten los resultados obtenidos de cada medición, los valores promedio y errores correspondientes. Exprese convenientemente todos los valores medidos con su correspondiente error, sea por propagación o por incerteza estadśtica.

ACKNOWLEDGMENTS

A Sebastián Tognana y Fernando Lanzini por establecer las bases de esta práctica y de la guía. Al equipo de Ayudantes 2017 por sus discusiones y sugerencias.